Eulersche Winkel aus Rotationsmatrizen
Euler Angles from rotation matrices
(X, Y, Z „Roll-Pitch-Yaw“)

Rotation Matrix : $M = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{pmatrix}$ **Identity Matrix :** $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(orthogonal Matrix, det = 1)

Es können folgende Winkel berechnet werden:
The following angles can be calculated:

$$\beta = atnb\begin{pmatrix} -a_{3,1} \\ \sqrt{{a_{1,1}}^2 + {a_{2,1}}^2} \end{pmatrix}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = 0; \chi = atnb\begin{pmatrix} a_{1,2} \\ a_{2,2} \end{pmatrix}$$

$$\beta = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = 0; \chi = -atnb\begin{pmatrix} a_{1,2} \\ a_{2,2} \end{pmatrix}$$

$$\beta <> \frac{\pi}{2}; \beta <> -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = atnb\begin{pmatrix} a_{2,1} \\ a_{1,1} \end{pmatrix}; \chi = atnb\begin{pmatrix} a_{3,2} \\ a_{3,3} \end{pmatrix}$$

wobei atnb() eine modifizierte arctan()-Funktion darstellt:
where atnb() is a modified arctan() function:

$$atnb\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} x > 0 \Rightarrow \arctan(y/x) \\ x < 0, y \geq 0 \Rightarrow \arctan(y/x) + \pi \\ x < 0, y < 0 \Rightarrow \arctan(y/x) - \pi \\ x = 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}(y) * \pi / 2 \end{Bmatrix}, \operatorname{sgn}(y) = \begin{Bmatrix} y > 0 \Rightarrow 1 \\ y = 0 \Rightarrow 0 \\ y < 0 \Rightarrow -1 \end{Bmatrix}$$

Das bedeutet, die Drehung der Rotationsmatrix M
This means, rotating the rotation matrix M
im Winkel von / by angle χ **um / about global X , dann / then**
im Winkel von / by angle β **um / about global Y , dann / then**
im Winkel von / by angle α **um / about global Z**
führt zur Einheitsmatrix E (Die Reihenfolge ist wichtig).
results in the identity matrix E (sequenz of rotations important).

oder / or :
die Drehung der Einheitsmatrix E
rotating the identity matrix E
im Winkel von / by angle $-\alpha$ **um / about global Z , dann / then**
im Winkel von / by angle $-\beta$ **um / about global Y , dann / then**
im Winkel von / by angle $-\chi$ **um / about global X**
führt zur Rotationsmatrix M
results in the rotation matrix M

2010-01-18, W. Oestreicher